

**Études mathématiques**  
**Niveau moyen**  
**Épreuve 2**

Jeudi 3 mai 2018 (matin)

1 heure 30 minutes

---

**Instructions destinées aux candidats**

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions dans le livret de réponses fourni.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.

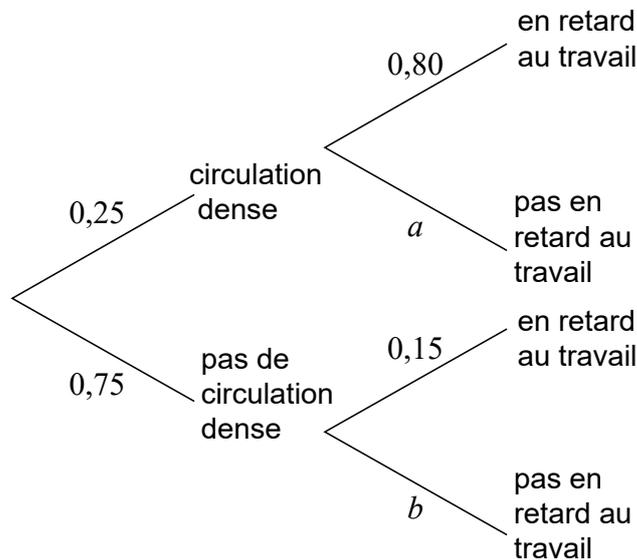
Répondez à **toutes** les questions dans le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fautive, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. [Note maximale : 16]

Dans une entreprise, on sait que 25 % des employés ont eu à affronter une circulation dense en se rendant au travail. Pour ceux qui ont eu à affronter une circulation dense, la probabilité d'arriver en retard au travail était de 80%.

Pour ceux qui n'ont pas eu à affronter une circulation dense, la probabilité d'arriver en retard au travail était de 15%.

Le diagramme en arbre illustre ces informations.



(a) Écrivez la valeur de

(i)  $a$ ;

(ii)  $b$ .

[2]

(b) Utilisez le diagramme en arbre pour trouver la probabilité qu'un employé

(i) ait eu à affronter une circulation dense et soit arrivé en retard au travail ;

(ii) soit arrivé en retard au travail ;

(iii) ait eu à affronter une circulation dense, étant donné qu'il est arrivé en retard au travail.

[8]

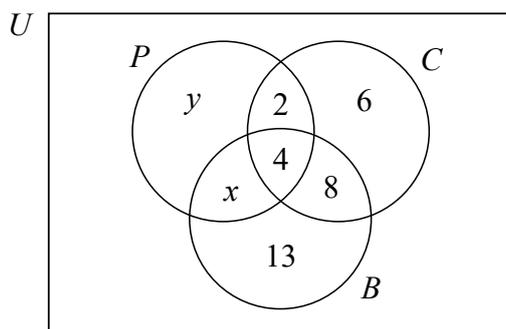
(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 1)**

L'entreprise étudie les différents moyens de transport empruntés par ses employés pour se rendre au travail au cours de la dernière année. Il s'est avéré que les trois moyens de transport les plus utilisés pour se rendre au travail ont été les transports en commun ( $P$ ), l'automobile ( $C$ ) et le vélo ( $B$ ).

L'entreprise trouve que 20 employés ont emprunté l'automobile, 28 ont emprunté le vélo et 19 ont emprunté les transports en commun au cours de la dernière année.

Une partie de ces informations est montrée dans le diagramme de Venn.



(c) Trouvez la valeur de

(i)  $x$  ;

(ii)  $y$ .

[2]

L'entreprise compte 54 employés.

(d) Trouvez le nombre d'employés qui, au cours de la dernière année, n'ont emprunté ni l'automobile ni le vélo ni les transports en commun pour se rendre au travail.

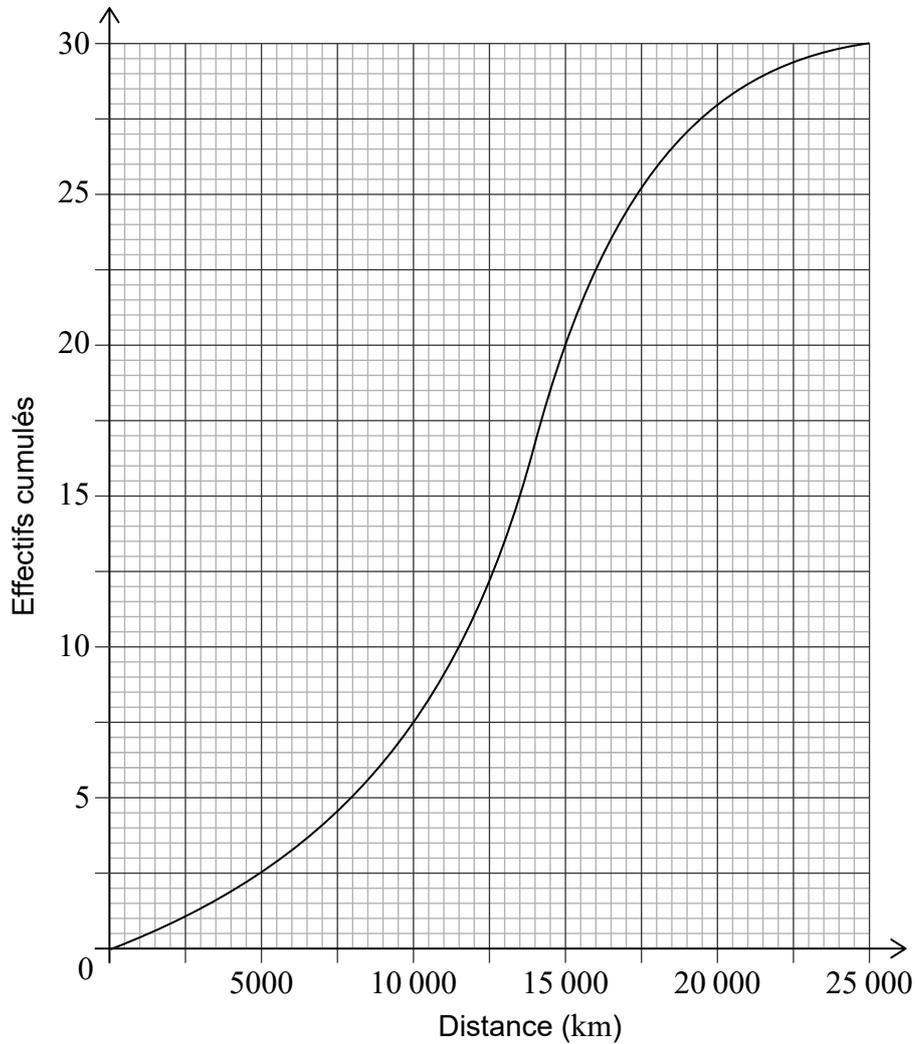
[2]

(e) Trouvez  $n((C \cup B) \cap P')$ .

[2]

2. [Note maximale : 15]

Une entreprise de transport possède 30 autobus. La distance parcourue par chaque autobus depuis son achat par l'entreprise a été enregistrée. La courbe des effectifs cumulés pour ces données est présentée.



(a) Trouvez le nombre d'autobus ayant parcouru une distance entre 15 000 et 20 000 kilomètres.

[2]

(b) Utilisez la courbe des effectifs cumulés pour trouver

(i) la distance médiane ;

(ii) le premier quartile ;

(iii) le troisième quartile.

[4]

(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 2)**

(c) À partir de là, écrivez l'écart interquartile. [1]

(d) Écrivez le pourcentage d'autobus ayant parcouru une distance supérieure au troisième quartile. [1]

(e) Trouvez le nombre d'autobus ayant parcouru une distance inférieure ou égale à 12 000 km. [1]

On sait que 8 autobus ont parcouru plus de  $m$  kilomètres.

(f) Trouvez la valeur de  $m$ . [2]

La plus courte distance parcourue par un des autobus a été de 2500 km.

La plus longue distance parcourue par un des autobus a été de 23 000 km.

(g) **Sur du papier millimétré**, dessinez un diagramme en boîte à moustaches pour ces données. Utilisez une échelle de 2 cm pour représenter 5000 km. [4]

3. [Note maximale : 14]

Le poids,  $W$ , des joueurs de basket-ball qui participent à un tournoi est normalement distribué avec une moyenne de 65 kg et un écart type de 5 kg.

- (a) (i) Trouvez la probabilité qu'un joueur de basket-ball ait un poids inférieur à 61 kg.

Lors d'une séance d'entraînement, il y a 40 joueurs de basket-ball.

- (ii) Trouvez le nombre espéré de joueurs ayant un poids inférieur à 61 kg dans cette séance d'entraînement. [4]

- (b) La probabilité qu'un joueur de basket-ball ait un poids se situant à l'intérieur de 1,5 écart type de la moyenne est  $q$ .

- (i) Esquissez une courbe normale pour représenter cette probabilité.

- (ii) Trouvez la valeur de  $q$ . [3]

- (c) Étant donné que  $P(W > k) = 0,225$ , trouvez la valeur de  $k$ . [2]

Une entraîneuse de basket-ball a observé 60 de ses joueurs afin de déterminer si leur performance et leur poids étaient indépendants. Ses observations ont été enregistrées dans le tableau suivant.

		Performance	
		Satisfaisante	Excellente
Poids	En dessous de la moyenne	6	10
	Dans la moyenne	7	15
	Au-dessus de la moyenne	12	10

Elle a décidé d'effectuer un test d'indépendance du  $\chi^2$  au seuil de signification de 5%.

- (d) Pour ce test,

- (i) indiquez l'hypothèse nulle ; [1]

- (ii) trouvez la valeur  $p$ . [2]

- (e) Indiquez une conclusion pour ce test. Justifiez votre réponse. [2]

4. [Note maximale : 16]

Un nouveau café a ouvert ses portes et au cours de la première semaine, son profit a été de 60 \$.

Le profit du café augmente de 10 \$ chaque semaine.

(a) Trouvez le profit du café au cours de la 11<sup>e</sup> semaine. [3]

(b) Calculez le profit **total** du café pour les 12 premières semaines. [3]

Un nouveau salon de thé a ouvert ses portes en même temps que le café. Au cours de la première semaine, son profit a également été de 60 \$.

Le profit du salon de thé augmente de 10% chaque semaine.

(c) Trouvez le profit du salon de thé au cours de la 11<sup>e</sup> semaine. [3]

(d) Calculez le profit **total** du salon de thé pour les 12 premières semaines. [3]

Au cours de la  $m^{\text{ième}}$  semaine, le profit **total** du salon de thé dépasse le profit **total** du café pour la première fois depuis leur ouverture.

(e) Trouvez la valeur de  $m$ . [4]

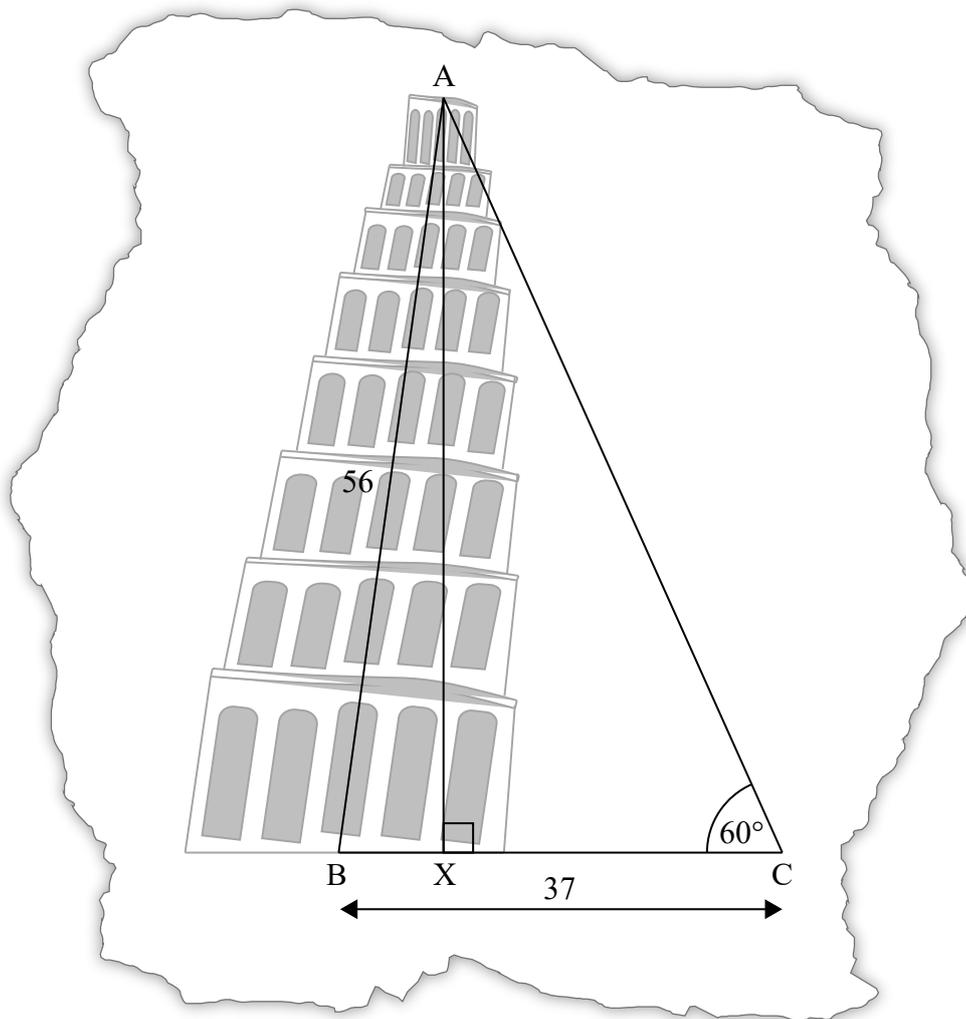
5. [Note maximale : 14]

La tour de Pise est bien connue à travers le monde pour son inclinaison.

Giovanni visite la tour et veut étudier quelle est son inclinaison. Il dessine un diagramme montrant un triangle non rectangle, ABC.

Sur le diagramme de Giovanni, la longueur de AB est de 56 m, la longueur de BC est de 37 m, et l'angle ACB mesure  $60^\circ$ . AX est la hauteur perpendiculaire de A sur BC.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Utilisez le diagramme de Giovanni pour
  - (i) montrer que l'angle ABC, l'angle d'inclinaison de la tour par rapport à l'horizontale, est de  $85^\circ$ , au degré près ;
  - (ii) calculer la longueur de AX ;
  - (iii) trouver la longueur de BX, le déplacement horizontal de la tour.

[9]

(Suite de la question à la page suivante)

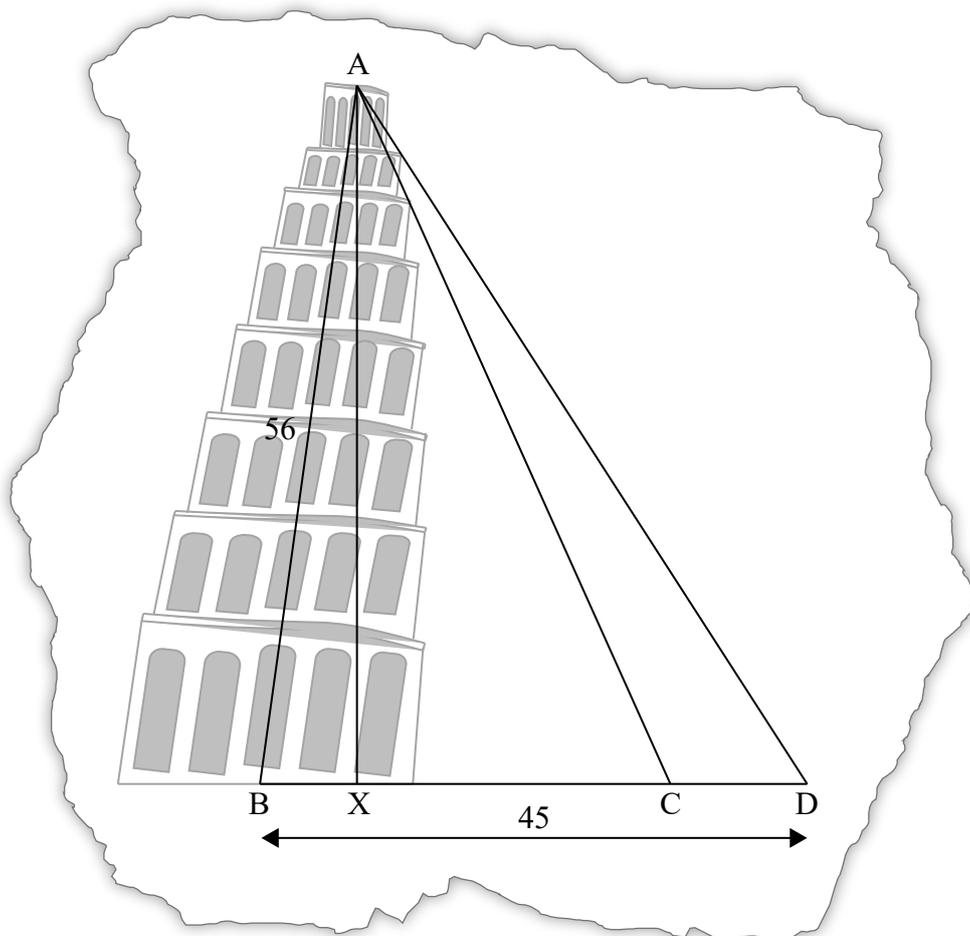
**(Suite de la question 5)**

Le guide touristique de Giovanni affirme que le véritable déplacement horizontal de la tour,  $BX$ , est de 3,9 mètres.

(b) Trouvez le pourcentage d'erreur sur le diagramme de Giovanni. [2]

Giovanni ajoute un point  $D$  à son diagramme, tel que  $BD = 45$  m, et un autre triangle est formé.

**la figure n'est pas à l'échelle**



(c) Trouvez l'angle d'élévation de  $A$  à partir de  $D$ . [3]

6. [Note maximale : 15]

Considérez la courbe  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$ , pour  $-1 < x < 3$ .

(a) Esquissez la courbe pour  $-1 < x < 3$  et  $-2 < y < 12$ . [4]

(b) Une enseignante demande à ses élèves de faire quelques observations à propos de la courbe.

Trois élèves répondent.

**Nadia** dit : « L'abscisse à l'origine de la courbe se trouve entre  $-1$  et zéro ».

**Rick** dit : « La courbe est décroissante lorsque  $x < 1$  ».

**Paula** dit : « La pente de la courbe est inférieure à zéro entre  $x = 1$  et  $x = 2$  ».

Indiquez le nom de l'élève qui a fait une observation **incorrecte**. [1]

(c) Trouvez la valeur de  $y$  lorsque  $x = 1$ . [2]

(d) Trouvez  $\frac{dy}{dx}$ . [3]

(e) Montrez que les points stationnaires de la courbe se trouvent en  $x = 1$  et  $x = 2$ . [2]

(f) Étant donné que  $2x^3 - 9x^2 + 12x + 2 = k$  admet **trois** solutions, trouvez les valeurs possibles de  $k$ . [3]